



Candidato n.º _____

REDE SUL E ILHAS

Prova de avaliação dos conhecimentos para alunos que tenham concluído (ou venham a concluir) o nível ensino secundário de educação por vias profissionalizantes ou em cursos artísticos especializados.

Data da realização da prova: 16-06-2023

PARTE B

MATEMÁTICA

Classificação: Grupo I _____ ; Grupo II _____

Classificação final: _____

NORMAS

- As respostas devem ser dadas nos espaços previstos para tal, sem usar as margens ou as entrelinhas.
- Identifique e numere todas as folhas de prova com o número que lhe foi atribuído.
- Deverá ser utilizada caneta ou esferográfica azul ou preta.
- Não é permitido o uso de corretor.
- Não é permitida a utilização de qualquer dispositivo de comunicação móvel.
- É permitida a utilização de máquina de calcular, que satisfaça cumulativamente as seguintes condições:
 - ser silenciosa;
 - não necessitar de alimentação exterior localizada;
 - não ter capacidade de comunicação à distância;
 - não ter fitas, rolos de papel ou outro meio de impressão.
- A prova inclui um formulário para as questões do grupo I.
- As cotações das questões da prova estão disponíveis na última página.
- Nas questões com itens de escolha múltipla, assinale a sua resposta com uma cruz .



Candidato n.º _____

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

- As respostas ilegíveis ou que não possam claramente ser identificadas serão classificadas com zero pontos.
- Só serão consideradas as respostas que apresentem de forma inequívoca a opção assinalada. Caso seja apresentada mais que uma resposta em cada questão, a cotação atribuída será de zero pontos.
- Nas questões optativas, caso sejam resolvidas mais questões do que as solicitadas, serão consideradas apenas as primeiras dessas questões.

FORMULÁRIO

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

Probabilidade Total e Regra de Bayes

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) = \\ = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$P(B_k|A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)}$$

com k a assumir os valores 1 ou 2.

Modelo Normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \simeq 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \simeq 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \simeq 0,9973$$

Candidato n.º _____

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

1. Foi feito um inquérito a um grupo de clientes que comprou 40 carros novos de uma determinada marca para saber quantas reparações foram feitas durante o primeiro ano de utilização dos carros. Os resultados obtidos estão representados na Figura 1.

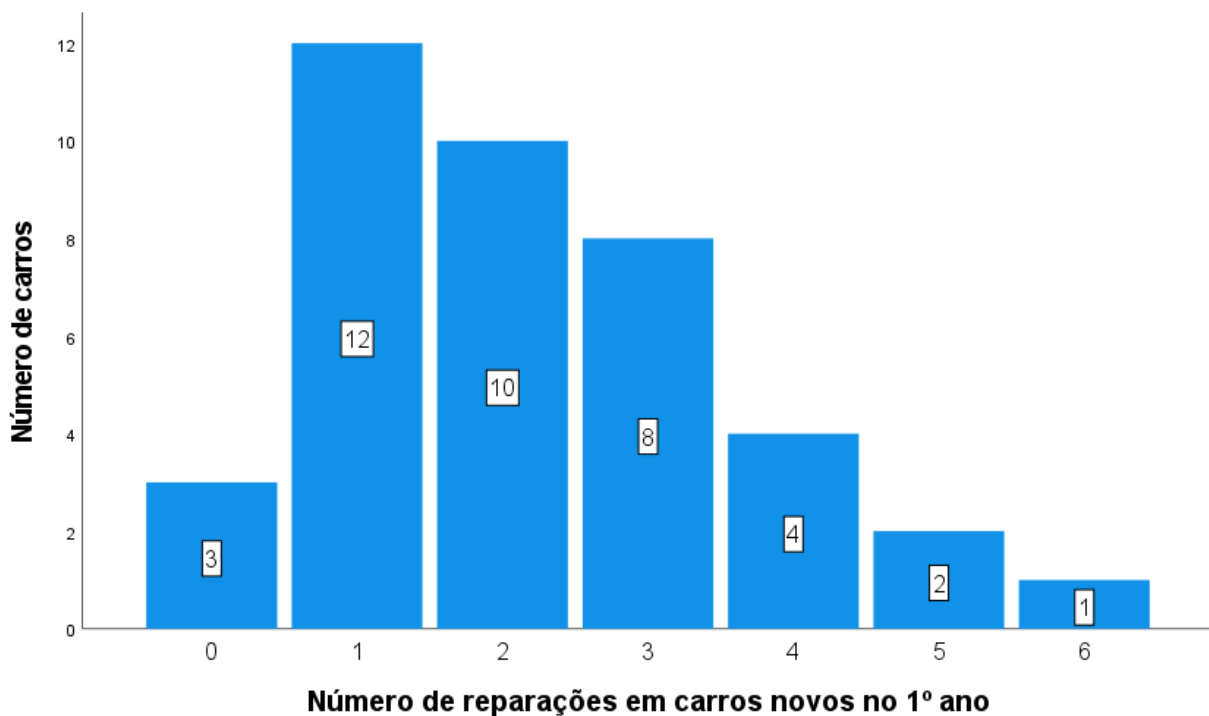


Figura 1

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 1.1. A variável em estudo é:

(A) Discreta

(D) Qualitativa

(B) Nominal

(E) Ordinal

(C) Contínua

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

1.2. Considerando o número de reparações no 1.º ano, podemos afirmar que:

- (A) 30% dos carros tiveram duas reparações
- (B) 90% dos carros tiveram pelo menos uma reparação
- (C) 10% dos carros tiveram quatro reparações
- (D) 20% dos carros tiveram mais de quatro reparações
- (E) 15% dos carros tiveram seis reparações
- (F) Nenhuma das anteriores

2. A crise verificada na habitação tem levado as famílias, especialmente nas grandes cidades, a mudar frequentemente de habitação. Na Tabela 1, parcialmente preenchida, encontra-se, para 300 famílias inquiridas da região de Lisboa, o número de vezes que mudaram de habitação nos últimos 10 anos.

Tabela 1

Número de vezes que a família mudou de habitação	0	1	2	3	4	5
Frequência absoluta acumulada		75	135		240	

Admita ainda que nos dados obtidos, 30 famílias nunca mudaram de habitação nos últimos 10 anos e que a percentagem de famílias que mudou de habitação exatamente três vezes nos últimos 10 anos foi de 15%.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

2.1. A percentagem de famílias que mudou de habitação mais de 2 vezes nos últimos 10 anos é:

- (A) 15%
- (B) 20%
- (C) 35%
- (D) 55%
- (E) 60%
- (F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

2.2. O número médio de vezes que uma família mudou de habitação nos últimos 10 anos é:

(A) 2,0

(B) 2,1

(C) 2,5

(D) 2,6

(E) 2,8

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas uma questão de entre as questões 3 e 4.

3. Numa determinada escola do ensino básico foram avaliados os efeitos da falta de descanso sobre a capacidade de resolução de problemas simples. A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos para 8 alunos do 5.º ano:

Tabela 2

Horas de sono (X)	6	8	7	7	8	9	10	9
Número de erros (Y)	9	7	6	8	5	5	4	4

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 3.1. Considerando como variável dependente o número de erros, o modelo de regressão linear obtido a partir dos dados apresentados na Tabela 2 é:

(A) $y = -11,34x - 0,33$

(D) $y = 1,6x - 1,25$

(B) $y = -1,25x + 1,6$

(E) $y = 16x - 1,25$

(C) $y = -1,25x + 16$

(F) Nenhuma das anteriores

- 3.2. Com base no modelo obtido, o valor do coeficiente de correlação (arredondado a duas casas decimais) é:

(A) $-1,88$

(D) $0,88$

(B) $-0,88$

(E) $1,88$

(C) $0,78$

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

4. No âmbito da atual crise da habitação, estudou-se o mercado habitacional de uma zona do centro histórico de Lisboa dividida em duas freguesias (F_1 e F_2), tendo a freguesia F_1 $2/3$ das habitações desta zona de Lisboa.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 4.1 Com base no estudo apresentado, observou-se que na freguesia F_1 20% das habitações estão desabitadas e na freguesia F_2 30% das habitações estão desabitadas. A percentagem (arredondada às unidades) de casas desabitadas nesta zona de Lisboa é:

(A) 23%

(D) 30%

(B) 25%

(E) 50%

(C) 28%

(F) Nenhuma das anteriores

- 4.2 De acordo com o estudo apresentado, o valor mediano de arrendamento de um alojamento familiar foi de 760 €. Admitindo que o valor do arrendamento de um alojamento familiar tem uma distribuição normal e que a probabilidade de um arrendamento ser superior a 960 € é de 0,0228, o valor do desvio padrão da distribuição é:

(A) 10 €

(D) 60 €

(B) 28 €

(E) 100 €

(C) 31 €

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

**GRUPO II – Estudo de Funções Polinomiais; Taxa de variação;
Otimização; Funções de Crescimento**

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

5. Na Figura 2 está representada parte do gráfico de uma função polinomial f , de grau 3, de domínio \mathbb{R} .

Sabe-se que:

- $-3, 1$ e 4 são zeros de f ;
- f' representa a função derivada de f .

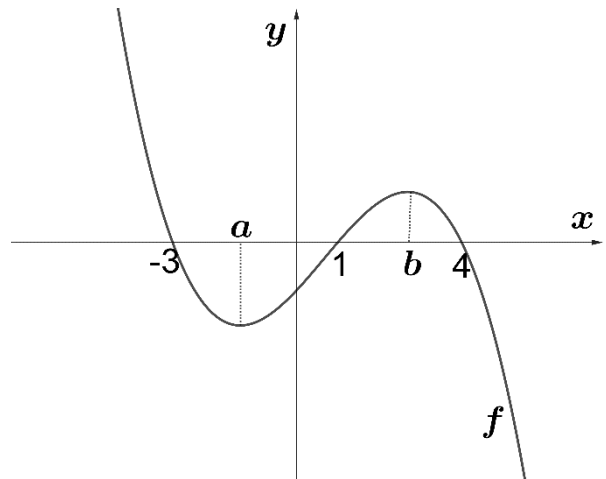


Figura 2

- 5.1. Selecione a única opção verdadeira:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> (A) $f'(0) \times f'(5) = 0$ | <input type="checkbox"/> (D) $f'(0) \times f'(5) > 0$ |
| <input type="checkbox"/> (B) $f'(-4) \times f'(5) < 0$ | <input type="checkbox"/> (E) $f'(a) \times f'(b) > 0$ |
| <input type="checkbox"/> (C) $f'(-4) \times f'(0) < 0$ | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 5.2. Selecione a única opção falsa:

- (A) A função f tem três zeros
- (B) A função f' tem dois zeros
- (C) A função f é decrescente em $]-\infty, a[$ e em $]b, +\infty[$
- (D) A função f é crescente em $]a, b[$
- (E) A função f' é negativa em $]-3, 1[$
- (F) A função f' é positiva em $]a, b[$

Candidato n.º _____

6. O Presidente da Câmara de um município do interior de Portugal está interessado em conhecer a evolução do desemprego no seu município. Com base num estudo desenvolvido durante os últimos 24 meses, concluiu que o número de desempregados no município, no início do estudo e no final de cada mês, t , é bem aproximado pelo modelo (com arredondamento às unidades):

$$P(t) = \frac{2400}{4 + 2e^{-0,5t}}$$

onde t representa o tempo, em meses.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 6.1. O número de desempregados, existente no município, no início do estudo era:

(A) 2400

(D) 200

(B) 500

(E) 120

(C) 400

(F) Nenhuma das anteriores

- 6.2. Indique ao fim de quantos meses (após o início do estudo) o número de desempregados, no município, atingiu o valor de 599 (considere os valores arredondados às unidades).

(A) 8

(D) 11

(B) 9

(E) 12

(C) 10

(F) Nenhuma das anteriores

- 6.3. O número de desempregados (arredondado às unidades) no município, 6 meses após o início do estudo, é:

(A) 488

(D) 525

(B) 495

(E) 585

(C) 500

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas duas questões de entre as questões 7, 8 e 9.

7. Na Figura 3 está representada parte da parábola que é o gráfico de uma função f .

Sabe-se que:

- a parábola intersecta o eixo Oy no ponto de coordenadas $(0, 1)$;
- o ponto V , vértice da parábola, tem coordenadas $(-1, -2)$.

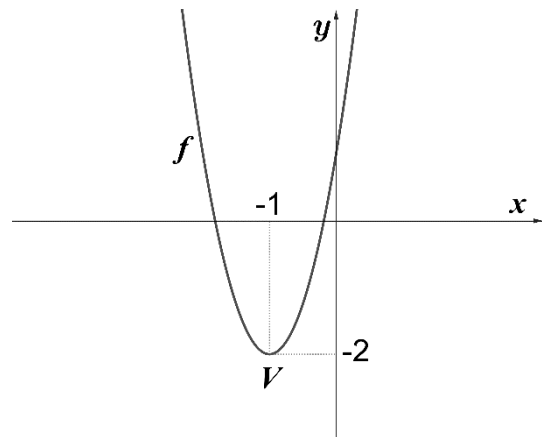


Figura 3

A função f pode ser definida por uma expressão do tipo

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

onde a , h e k são números reais.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

7.1. Os valores de h e k são:

(A) $h = -2$ e $k = -1$

(D) $h = 1$ e $k = 2$

(B) $h = -1$ e $k = -2$

(E) $h = k = 0$

(C) $h = 2$ e $k = 1$

(F) Nenhuma das anteriores

7.2. O valor de a é:

(A) $a = -3$

(D) $a = 2$

(B) $a = -2$

(E) $a = 3$

(C) $a = 1$

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

8. Uma empresa de mobiliário pretende produzir mesas e cadeiras, dispondo para o efeito de 400 peças de madeira e 450 horas de trabalho.
- Para produzir uma cadeira são necessárias 5 peças de madeira e 10 horas de trabalho, sendo o lucro por cadeira de 2,5 dezenas de euros.
- Uma mesa requer 20 peças de madeira e 15 horas de trabalho, fornecendo um lucro unitário de 6 dezenas de euros.
- Tendo em conta os recursos disponíveis, pretende-se determinar o programa de produção de modo a maximizar o lucro.

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 8.1. Designando por x o número de cadeiras e por y o número de mesas, uma restrição do modelo é:

(A) $5x + 20y \leq 450$

(D) $20x + 15y \leq 400$

(B) $10x + 15y \leq 400$

(E) $10x + 15y \leq 450$

(C) $5x + 10y \leq 450$

(F) Nenhuma das anteriores

- 8.2. O lucro máximo é:

(A) 1025 euros

(D) 3940 euros

(B) 1200 euros

(E) 1800 euros

(C) 1440 euros

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

9. Seja x um número real positivo e a uma constante. Considere a seguinte função

$$f(x) = e^{2 \ln(x)} + \log(10^{-5x}) + \log_2\left(\frac{4^a}{4}\right)$$

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

9.1 Uma expressão equivalente à expressão da função anterior, para $x > 0$, é:

(A) $x^2 - 5x + (2a + 2)$

(D) $x^2 + 2x + (a - 2)$

(B) $-3x + (2a - 2)$

(E) $x^2 - 5x + (2a - 2)$

(C) $20x + x^2 + a^{-2}$

(F) Nenhuma das anteriores

9.2 Considere $a = 2$. Os valores de x que anulam a função f são:

(A) $x = \frac{5-\sqrt{17}}{2}$ ou $x = \frac{5+\sqrt{17}}{2}$

(D) $x = \frac{-5-\sqrt{17}}{2}$ ou $x = \frac{-5+\sqrt{17}}{2}$

(B) $x = 0,5$ ou $x = 4,5$

(E) $x = -0,5$ ou $x = 4,5$

(C) $x = 0$ ou $x = 5$

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

COTAÇÃO

PARTE B (100 PONTOS)

Grupo	Questão			Cotação (pontos)		
Grupo I	Obrigatórias					
	1.1.			3		
	1.2.			5		
	2.1.			4		
	2.2.			4		
	Optativas					
	3.1.	4.1.		7		7
	3.2.	4.2.		7		7
	Subtotal			30		
	Grupo II	Obrigatórias				
5.1.			8			
5.2.			8			
6.1.			8			
6.2.			8			
6.3.			8			
Optativas						
7.1.		8.1.	9.1.	7	7	8
7.2.		8.2.	9.2.	8	8	7
Subtotal			70			
Total			100			