

PROVA DE INGRESSO PARA AVALIAÇÃO DE CAPACIDADE PARA FREQUÊNCIA DO ENSINO SUPERIOR DOS MAIORES DE 23 ANOS

Instituto Superior de Engenharia (ISE)
Escola Superior de Gestão, Hotelaria e Turismo (ESGHT)
Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT)
Faculdade de Economia (FE)

2023/2024

Componente Específica de Matemática para o Ingresso nos cursos de Licenciatura em Engenharia Alimentar (ISE), Engenharia Civil (ISE), Engenharia Eletrotécnica e de Computadores (ISE), Engenharia Mecânica (ISE), Engenharia de Sistemas e Tecnologias Informáticas (ISE), Engenharia Informática (FCT), Bioengenharia (FCT), Gestão Marinha e Costeira (FCT), Economia (FE) e Gestão de Empresas (FE), e nos cursos de TeSP em Segurança e Higiene Alimentar (ISE), Instalações Elétricas Doméstica e Automação (ISE), Sistemas e Tecnologias de Informação (ISE/ESGHT), Tecnologia e Manutenção Automóvel (ISE), Construção Civil (ISE), Proteção Civil (ISE) e Desenho e Modelação Digital (ISE).

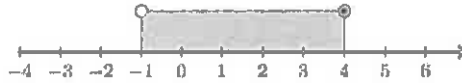
A Prova é composta por 3 Partes obrigatórias (A, B e C)	
Parte A - Números e operações (todos os candidatos)	
Parte B - Funções (todos os candidatos)	
(ISE, FCT) Parte C - Trigonometria	(FE) Parte C - Trigonometria ou Parte C - Estatística Descritiva e Probabilidades

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Os candidatos aos cursos de Economia e de Gestão de Empresas podem escolher entre a Parte C-Trigonometria e Parte C-Estatística Descritiva e Probabilidades; devem responder apenas a uma delas. Se apresentar respostas a ambas será considerada apenas a resposta à Parte C-Trigonometria, independentemente das cotações parciais.
- Os outros candidatos devem responder à Parte C-Trigonometria.
- É permitido o uso de calculadora gráfica em modo exame, não sendo permitido o uso de qualquer outro tipo de equipamento eletrónico ou informático.
- As cotações das perguntas são fornecidas na página 9 deste enunciado.
- O formulário encontra-se na página 10.
- O exame consta de perguntas abertas e de escolha múltipla que deverão ser todas respondidas na folha de respostas.
- Nas perguntas abertas devem ser apresentados todos os cálculos efetuados.
- Nas perguntas de escolha múltipla deve transcrever-se para a folha de respostas apenas uma das opções A, B, C, D, E, ou F. Nas perguntas de escolha múltipla, cada resposta errada desconta 25% do valor da pergunta conforme o caso.
- Nas perguntas abertas não há descontos.

Parte A - Números e operações (6 valores)

1. Considere a seguinte representação gráfica de um intervalo de números reais.



Diga, justificando, qual das seguintes condições tem por conjunto solução o intervalo representado.

A. $\left|x - \frac{3}{2}\right| \leq \frac{5}{2}$

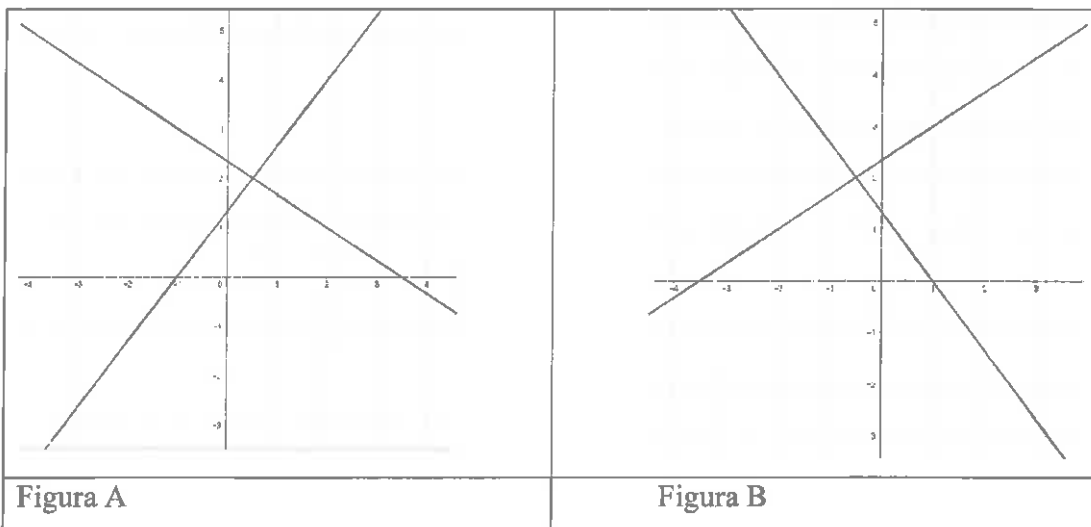
B. $\frac{2-x}{3} \leq 1 \vee \frac{2-x}{3} > -\frac{2}{3}$

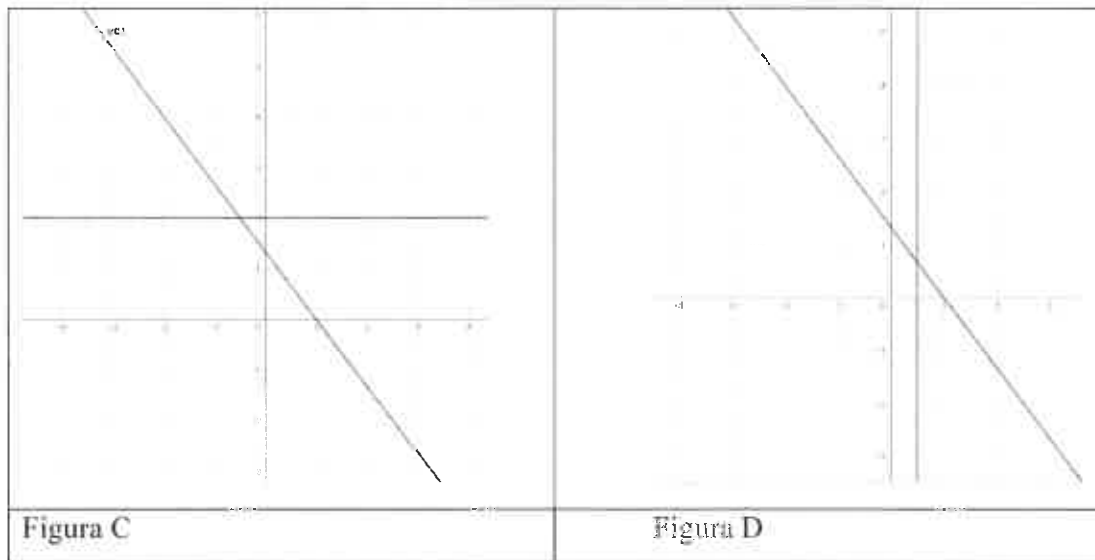
C. $-\frac{2}{3} \leq \frac{2-x}{3} < 1$

D. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4}$

2. Considere o seguinte sistema de equações: $\begin{cases} 4x + 4 = 3y \\ 3y - 2(1 - x) = 5 \end{cases}$

Na imagem seguinte apresentam-se quatro representações gráficas, mas apenas uma delas representa o sistema dado. Diga, justificando, qual é a correta e indique uma razão para eliminar cada uma das restantes.



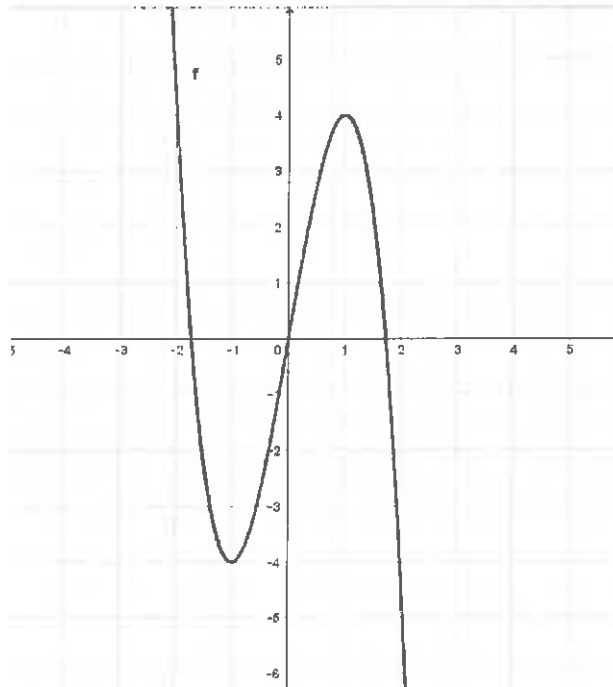


3. Indique um número irracional x , tal que $-\pi < x < 2\pi$.

4. Resolva, em \mathbb{C} , a seguinte equação: $\frac{1+zi}{3-i} = 2i$

Parte B – Funções (9 valores)

1. Considere uma função polinomial f , de grau 3, cuja representação gráfica se apresenta na figura.



- 1.1. Indique o conjunto solução da equação $f(x) = 4$.
- 1.2. Indique um intervalo onde a função seja, simultaneamente, crescente e positiva.
- 1.3. Considere uma função $g(x) = x^2 - 1$. Calcule $(f \circ g)(0)$.
- 1.4. Diga, justificando, qual dos seguintes pares de funções podem representar a expressão da 1.ª e 2.ª derivada da função?

A. $f'(x) = 6x^2 + 6x$
 $f''(x) = 12x$

B. $f'(x) = 6x^2 - 6$
 $f''(x) = 12x$

C. $f'(x) = -6x^2 + 6x$
 $f''(x) = -12x$

D. $f'(x) = -6x^2 + 6$
 $f''(x) = -12x$

2. Considere a função $h(x) = -x^2 + x + 2$.

2.1. Calcule $h'(x)$.

2.2. Determine, caso existam, os extremos da função.

2.3. Escreva a equação da reta tangente ao gráfico de h no ponto de abscissa 2.

3. Dada a função real de variável real $f(x) = 2x - 3$, a sua inversa é dada por:

A. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2x-3}$

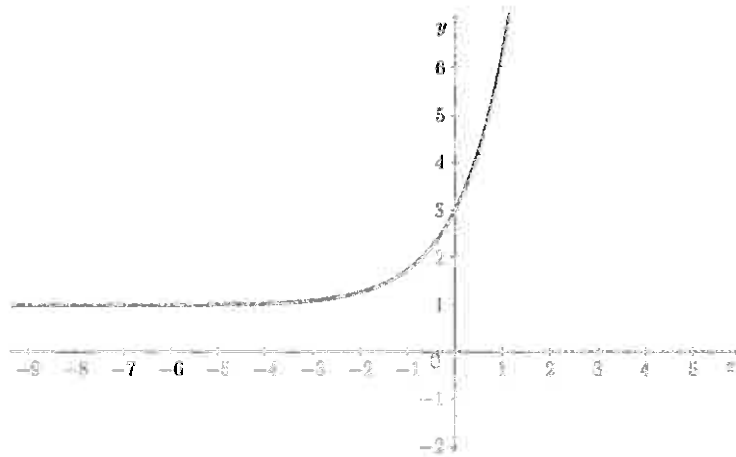
B. $f^{-1}(x) = 3x - 2$

B. $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$

D. $f^{-1}(x) = \frac{2}{x+3}$

4. Para um certo valor de a e b , o gráfico da função $f(x) = a + be^x$ de domínio \mathbb{R} está representado na figura.

O gráfico da função interseca o eixo OY no ponto de ordenada 3.



Os valores de a e b podem ser:

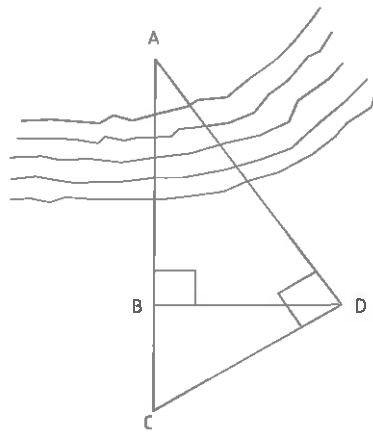
A. $a = 1$ e $b = 0$ B. $a = -1$ e $b = 1$ C. $a = -1$ e $b = 2$

D. $a = 1$ e $b = 2$ E. $a = 2$ e $b = -1$ F. $a = 1$ e $b = 1$

Parte C - Trigonometria (5 valores)

1. Pretende-se medir uma distância \overline{AB} , com uma fita, mas entre os pontos "A" e "B" passa uma ribeira, o que torna difícil a marcação de um alinhamento. Aplicando os princípios da geometria plana e sabendo que as distâncias \overline{BC} , \overline{CD} foram medidas, determine a distância \overline{AB} .

$$\overline{BC} = 14.828 \text{ m} \quad \overline{CD} = 25.173 \text{ m.}$$



2. A equação $\cos x = -\frac{1}{2}$ com $-90^\circ < x < 180^\circ$, tem

- A. Uma solução
- B. Duas soluções
- C. Três soluções
- D. Nenhuma solução

3. Sabendo que $\sin(\pi + x) = \frac{\sqrt{5}}{5} \wedge \frac{\pi}{2} < x < \frac{3}{2}\pi$, calcule $\tan x$.

Parte C – Probabilidades e Estatística (5 valores)

1. Sejam A e B são dois acontecimentos contrários. Indique qual das afirmações seguintes está correta:

A. $P(A \cap B) = 0$

B. $P(A \cup B) = 0$

C. $P(A \cup B) = P(A)$

D. $P(A \cap B) = P(A)$

2. Uma turma é constituída por 12 rapazes e algumas raparigas. Escolhendo ao acaso um aluno da turma, a probabilidade de ser rapariga é de 60%. Qual é o número total de alunos da turma?

3. Na tabela seguinte apresentam-se os salários dos funcionários de uma Empresa

	Nº de funcionários	Vencimento
Presidente	1	2600
Vice-Presidente	1	2000
Diretor	4	1800
Contabilista	1	1500
Operário	30	700
Segurança	4	800

3.1. Determine as medidas de tendência central: média, moda e mediana.

3.2. Em qual das medidas de tendência central, um funcionário deve basear-se para pedir aumento de ordenado?

COTAÇÕES

Parte A – Números e Operações (6)		Parte B – Funções (9)		Parte C - Trigonometria(5)		Parte C – Probabilidades e Estatística (5)	
1	1,5	1.1	1	1	2	1	1
2	2	1.2	0,5	2	2	2	1
3	1	1.3	1	3	1	3.1	2
4	1,5	1.4	1,5			3.2	1
		2.1	0,5				
		2.2	1				
		2.3	1,5				
		3	1				
		4	1				

Derivadas

Se x é uma variável:	Se f é uma função:
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in \mathbb{R}$	$(f^\alpha)' = \alpha f^{\alpha-1} \cdot f', \alpha \in \mathbb{R}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^f)' = e^f \cdot f'$
$(a^x)' = a^x \ln a, a \in \mathbb{R}^+$	$(a^f)' = a^f \cdot \ln a \cdot f', a \in \mathbb{R}^+$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin f)' = \cos f \cdot f'$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos f)' = -\sin f \cdot f'$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan f)' = \frac{f'}{\cos^2 f}$

Regras de derivação

Soma	$(f + g)' = f' + g'$
Produto	$(f \cdot g)' = f'g + fg'$
Produto escalar	$(kf)' = kf', k \in \mathbb{R}$
Cociente	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
Função composta	$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$

- Para $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$
- $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$,
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
- $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
- $\sin(x + y) = \cos x \sin y + \cos y \sin x$
- $\sin(x - y) = \cos y \sin x - \cos x \sin y$